

Single Surface Hardening Model

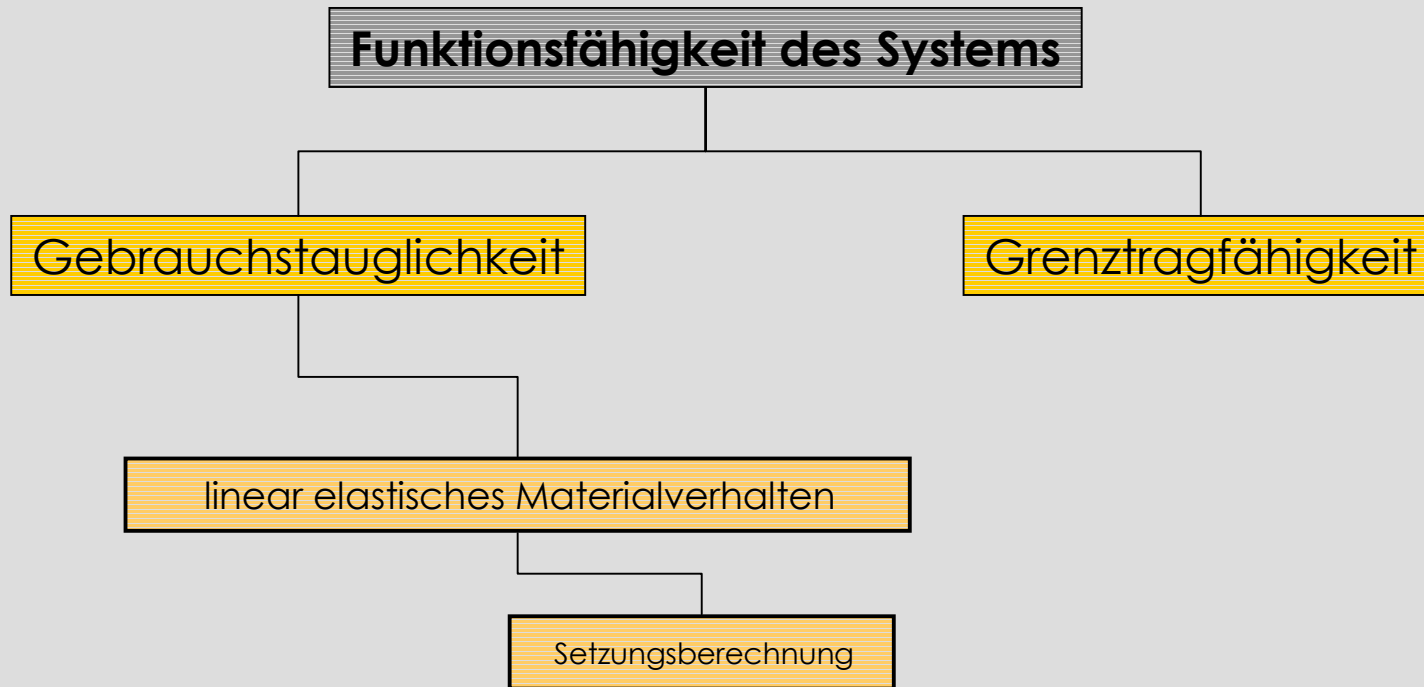
Ein Systemgesetz zur konsistenten Berechnung von flachgegründeten Fundamenten

Dr.-Ing. Kerstin Lesny
Dipl.-Ing. Aloys Kisse

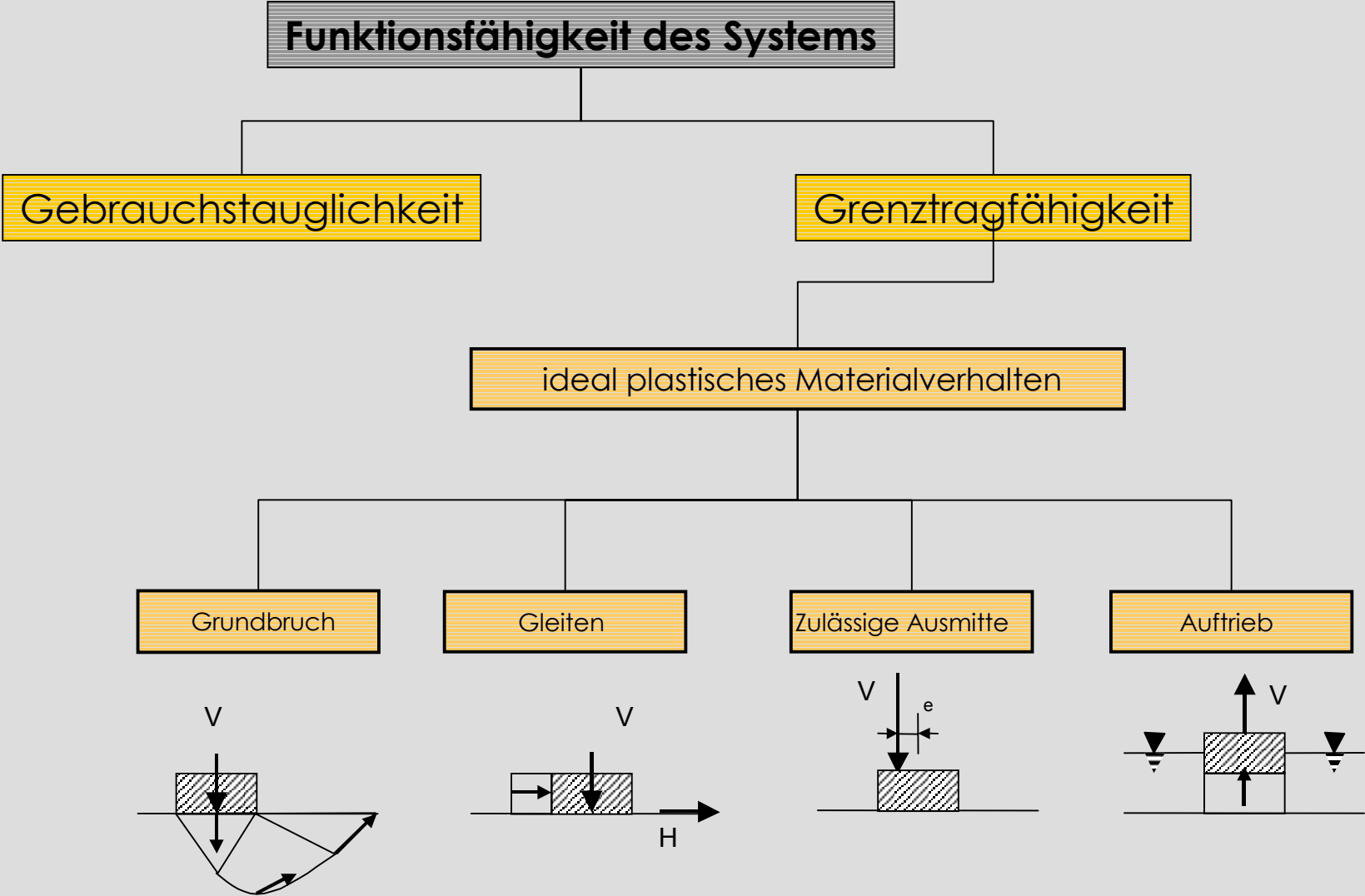
Institut für Grundbau und Bodenmechanik
Universität Duisburg-Essen



Systemgesetz - Motivation



Systemgesetz - Motivation

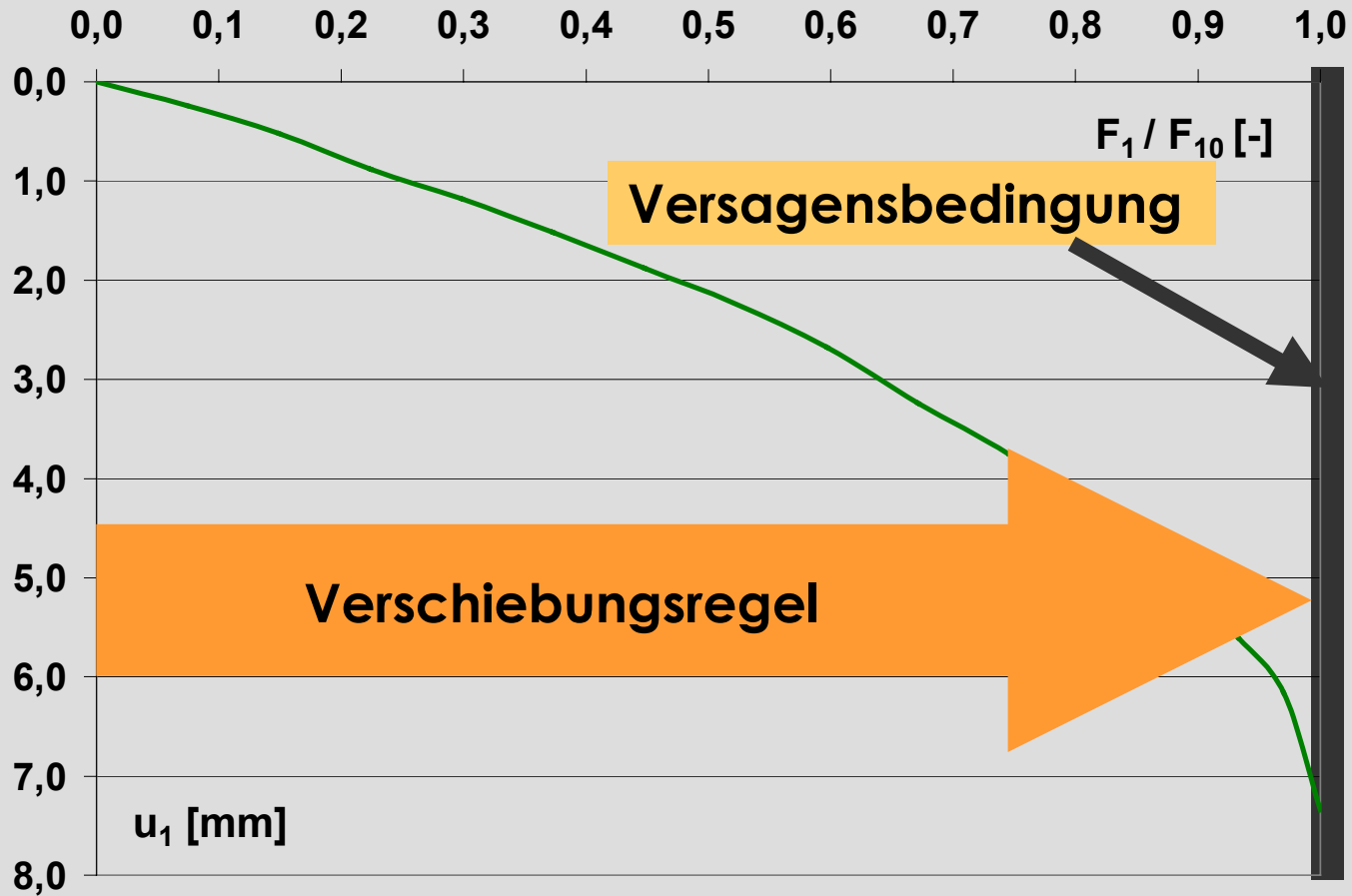




Kein konsistentes
Nachweisverfahren!



➡ Konsistente Beschreibung des Systemverhaltens



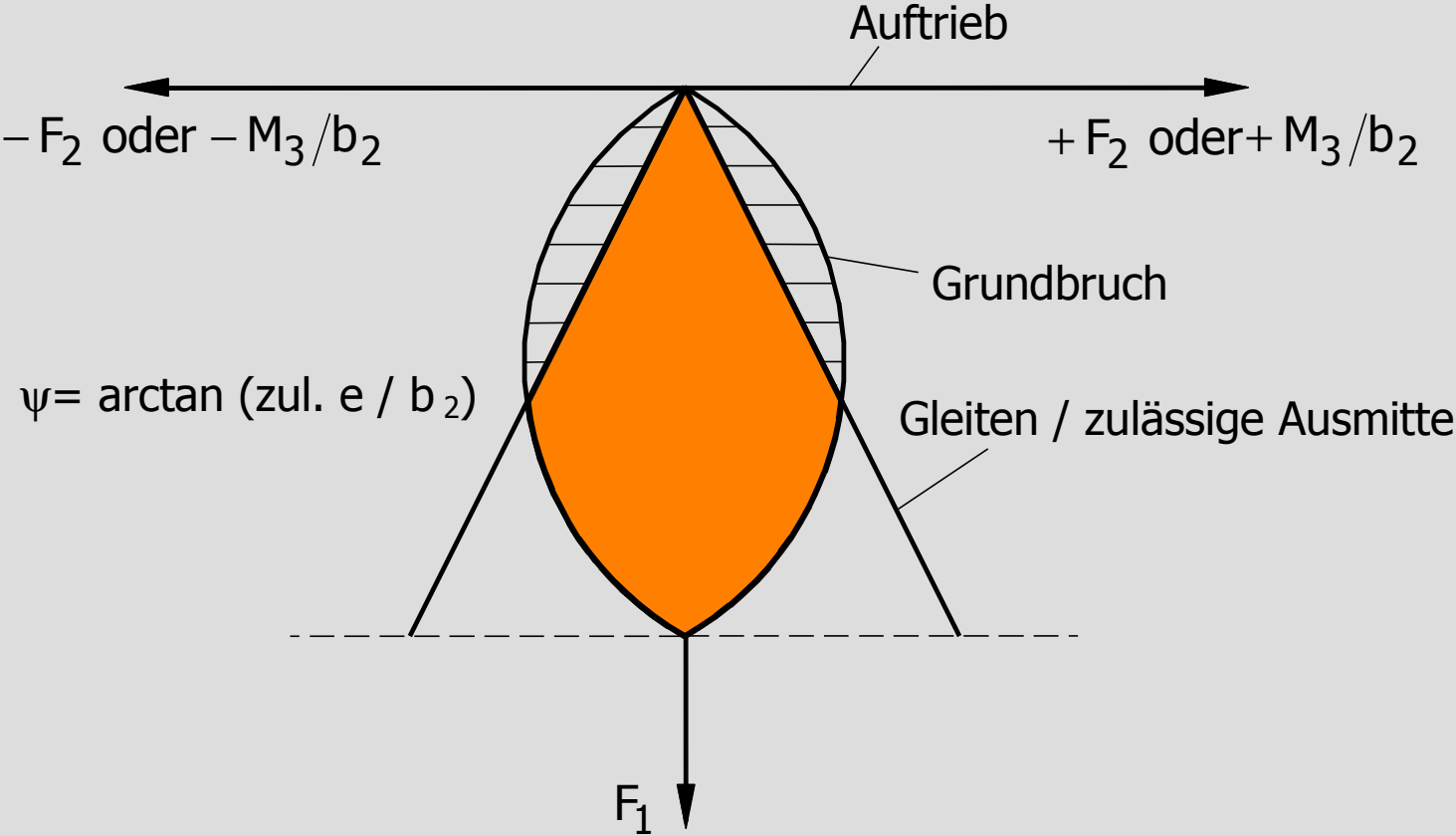
2 Komponenten:

- ✿ Versagensbedingung
- ✿ Verschiebungsregel



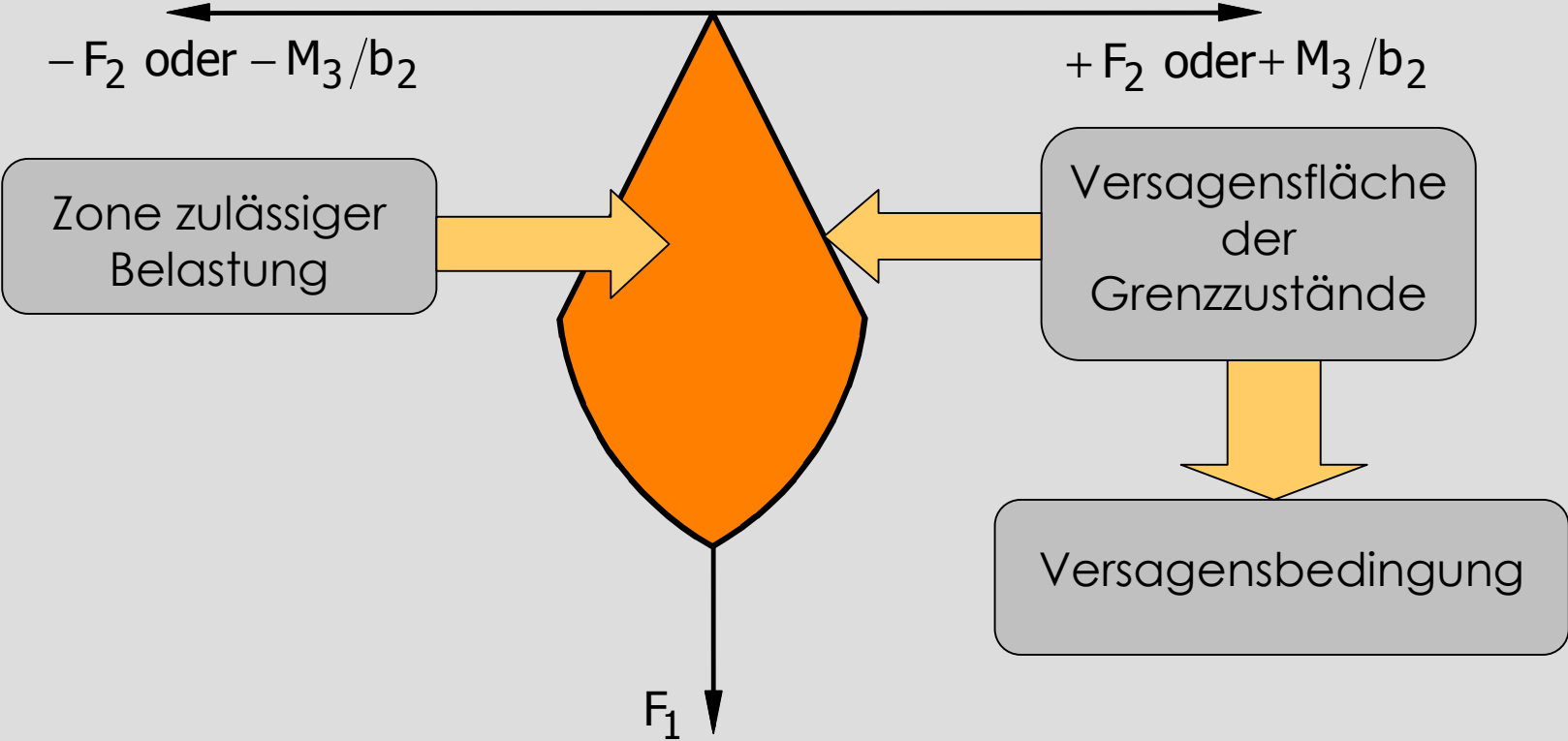
Systemgesetz - Versagensbedingung

Interaktionsdiagramm: Darstellung der Grenzzustände im Belastungsraum



Systemgesetz - Versagensbedingung

Interaktionsdiagramm: Grenzzustände der Versagensbedingung



Systemgesetz - Versagensbedingung

Formulierung für $d = 0, c = 0$

Allgemeine Formulierung

$$F(\vec{Q}, \bar{b}, \gamma, \tan \varphi', \mu_s) = 0$$

Lastvektor

$$\vec{Q}_T = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad M_1 \quad M_2 \quad M_3]$$

Versagensbedingung

$$\underbrace{\sqrt{\frac{F_2^2 + F_3^2}{(a_1 \cdot F_{10})^2} + \frac{M_1^2}{(a_2 \cdot b_3 \cdot F_{10})^2} + \frac{M_2^2 + M_3^2}{(a_3 \cdot b_2 \cdot F_{10})^2}}}_{\text{deviatorische Last}} - \underbrace{\frac{F_1}{F_{10}} \cdot \left(1 - \frac{F_1}{F_{10}}\right)^\alpha}_{\text{hydrostatische Last}} = 0$$

Parameter

$$a_1 = \frac{\pi}{2} \cdot \mu_s \cdot \tan \varphi' \cdot e^{-\frac{\pi}{3} \cdot \tan \varphi'} \quad a_2 = 0,098 \cdot (1 + \bar{b})$$

$$a_3 = 0,42 \quad \alpha = 1,3$$



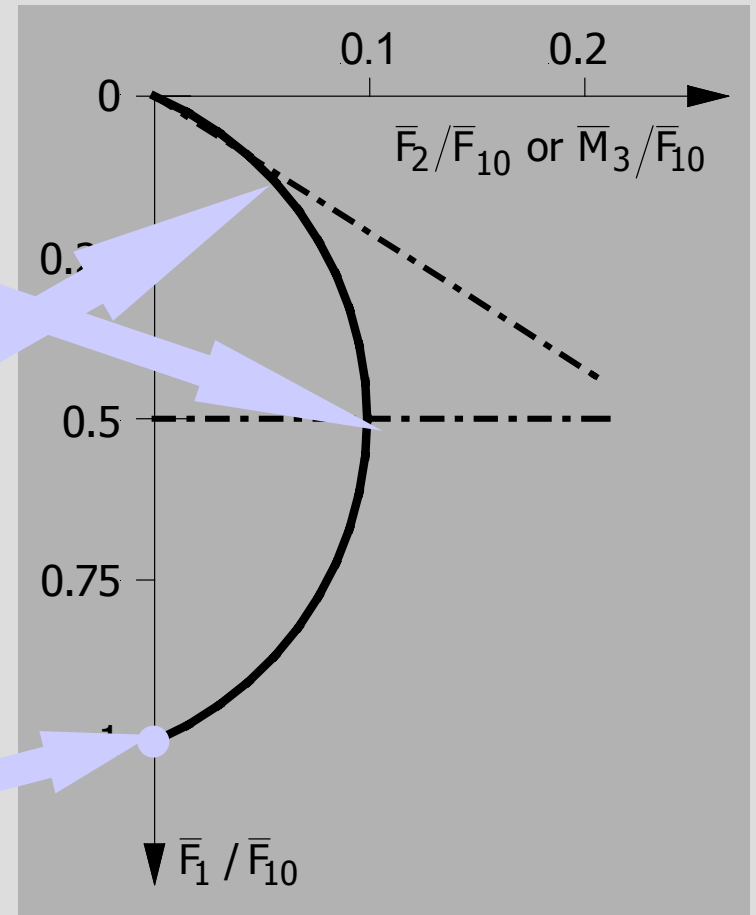
Systemgesetz - Versagensbedingung

Bedeutung verschiedener Größen Parameter

α : Position des Maximum

a_i : Neigung der
Versagensfläche

F_{10} : Bezugsgröße –
Grundbruchwiderstand für
mittig-vertikale Belastung

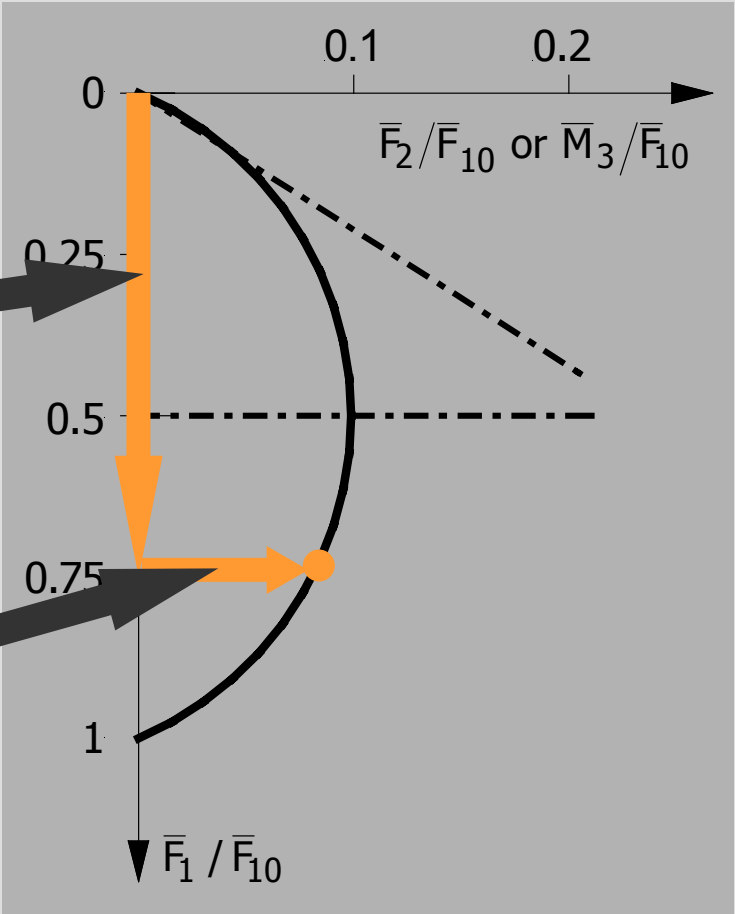


Systemgesetz - Versagensbedingung

Bedeutung verschiedener Größen
Belastungsanteile

Hydrostatische Last

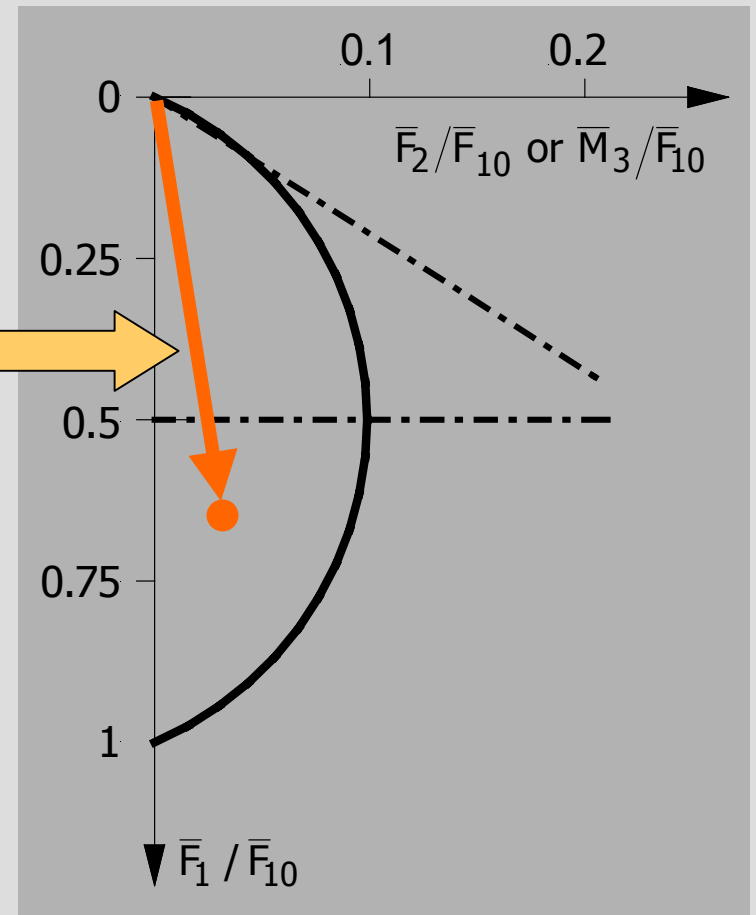
Deviatorische Last



Systemgesetz - Versagensbedingung

Bedeutung verschiedener Größen
vorhandene Belastung

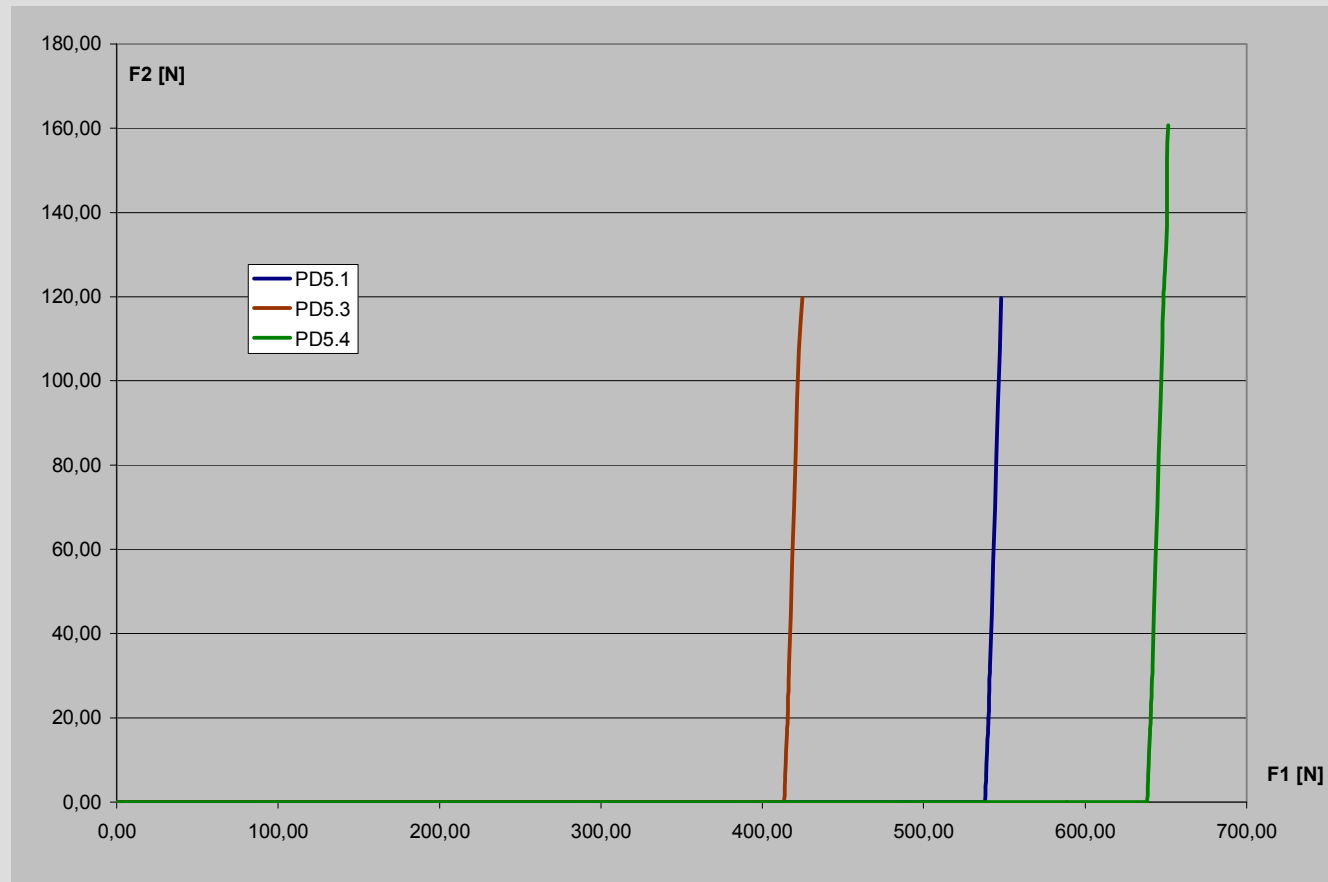
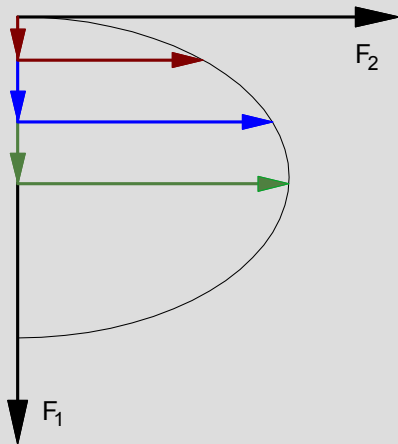
Lastvektor \bar{Q}



Systemgesetz - Verschiebungsregel

Lastkombination: Mittig schräg angreifende Kraft

Mittig vertikal und
mittig horizontal
belastet

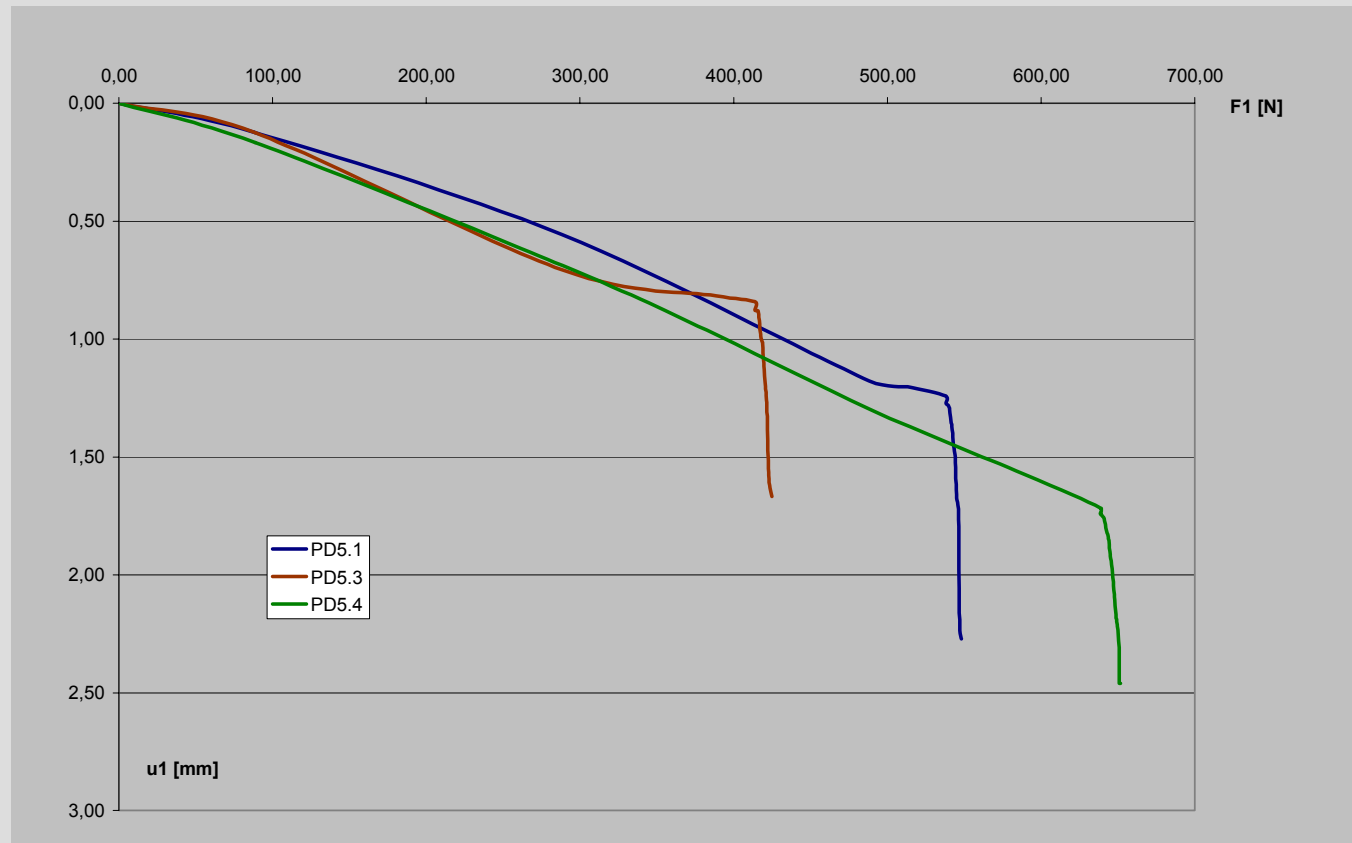


nach Perau (1995)

Systemgesetz - Verschiebungsregel

Lastkombination: Mittig schräg angreifende Kraft

$F_1 - u_1$ -
Darstellung

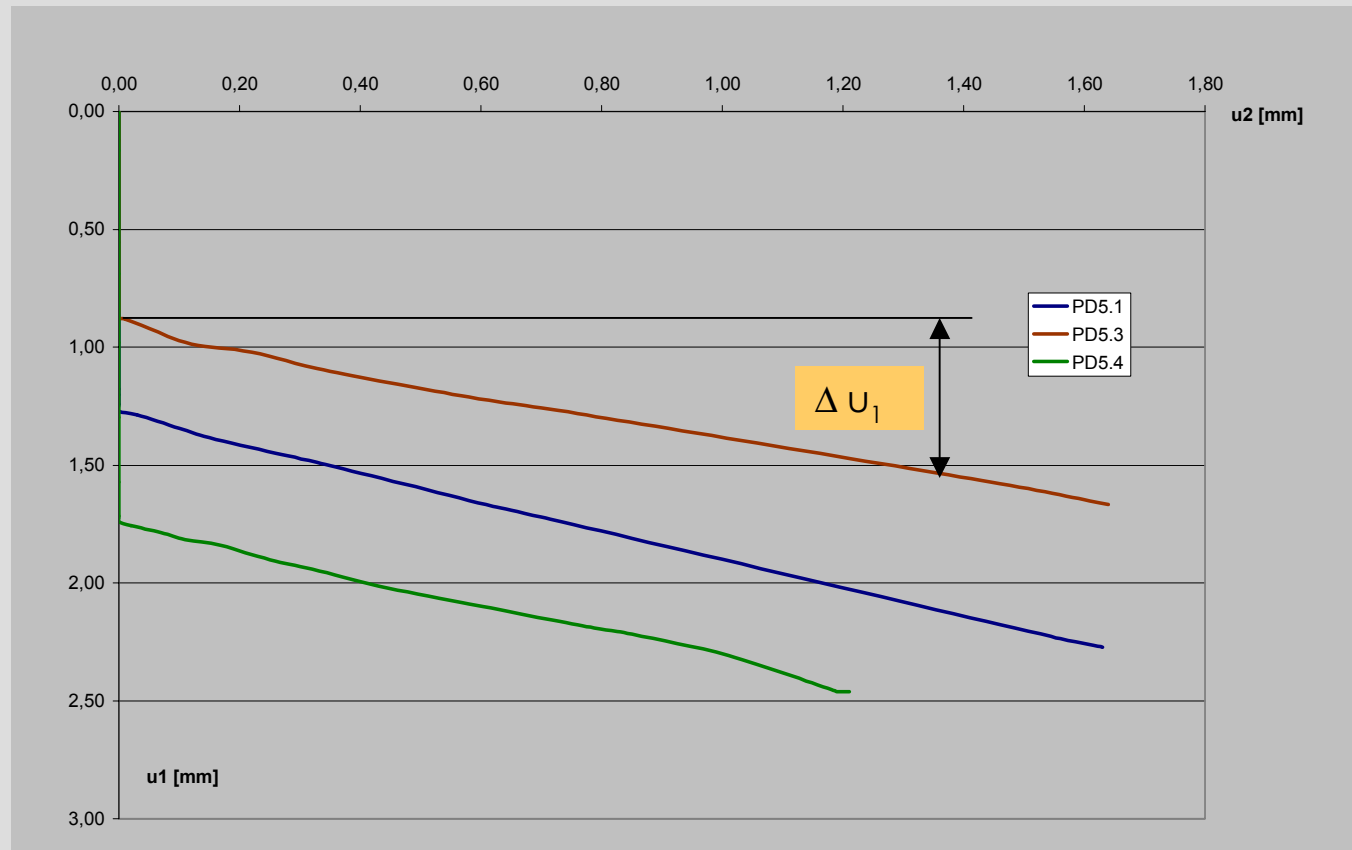


nach Perau (1995)

Systemgesetz - Verschiebungsregel

Lastkombination: Mittig schräg angreifende Kraft

$U_1 - U_2$ -
Darstellung



nach Perau (1995)

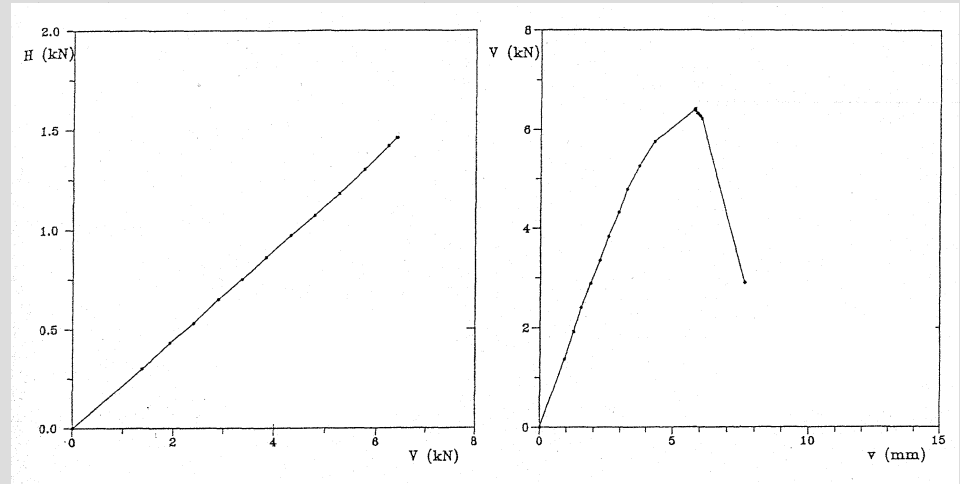
Systemgesetz - Verschiebungsregel

Lastkombination: Mittig schräg angreifende Kraft

Lastneigung $\delta = 12,5^\circ$

Verschiebung u_1
bei $F_1 = 2 \text{ kN}$

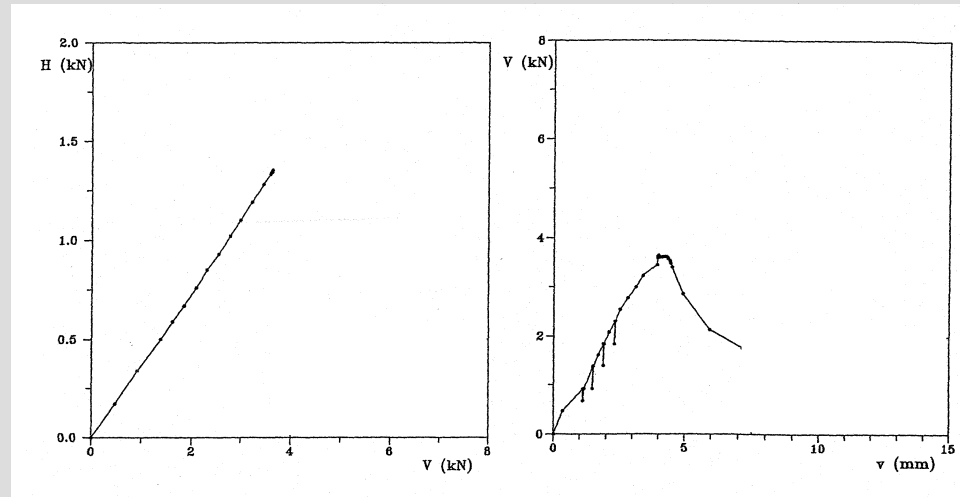
$$u_1 = 1,2 \text{ mm}$$



Lastneigung $\delta = 20,0^\circ$

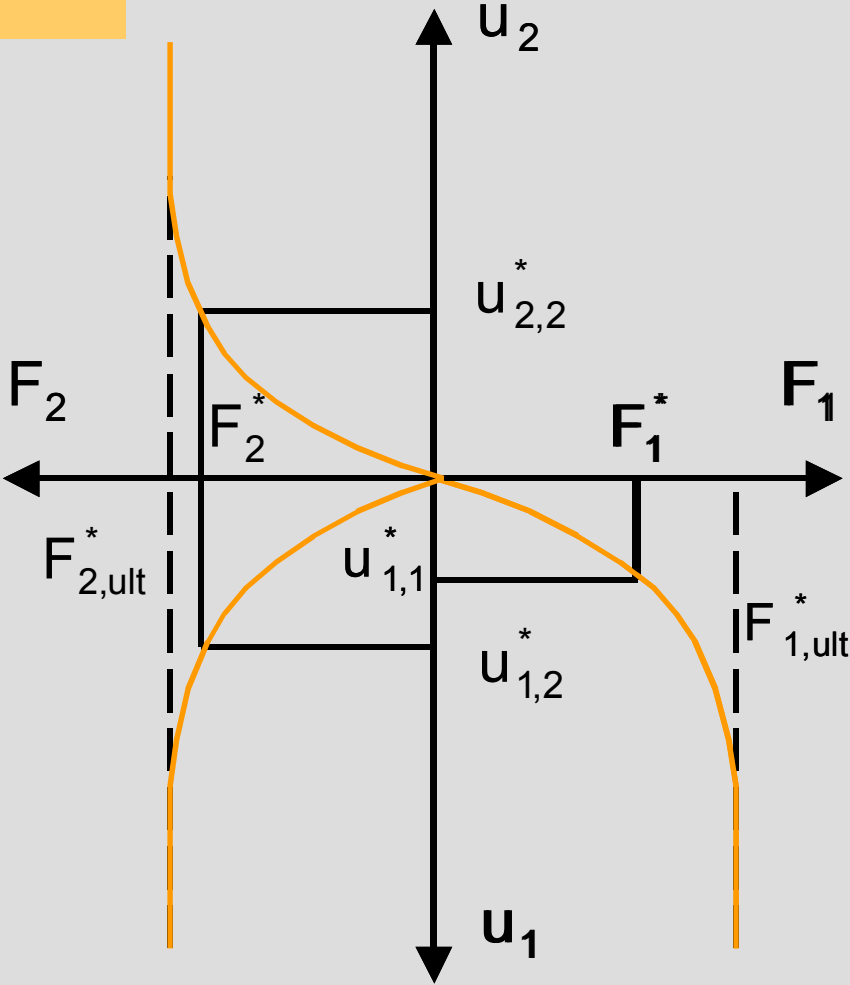
Verschiebung u_1
bei $F_1 = 2 \text{ kN}$

$$u_1 = 2,0 \text{ mm}$$



Systemgesetz - Verschiebungsregel

Zusammenfassung



Systemgesetz - Verschiebungsregel

Ansatz

$$\vec{u} = \underline{K} \cdot \vec{Q}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}$$



Systemgesetz - Verschiebungsregel

Ansatz

$$\vec{u} = \underline{\underline{K}} \cdot \vec{Q}$$

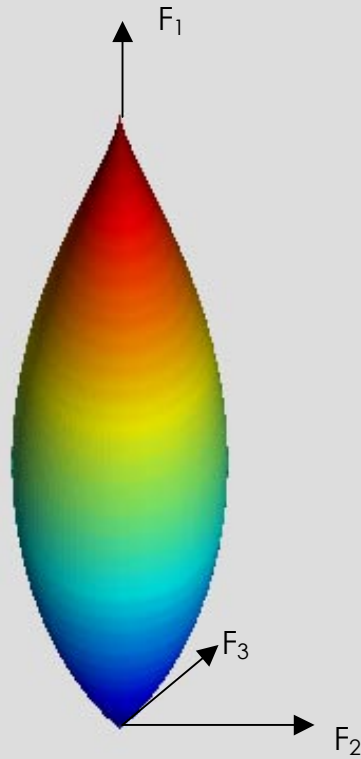
Einachsig mittig angreifende geneigte Last

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$



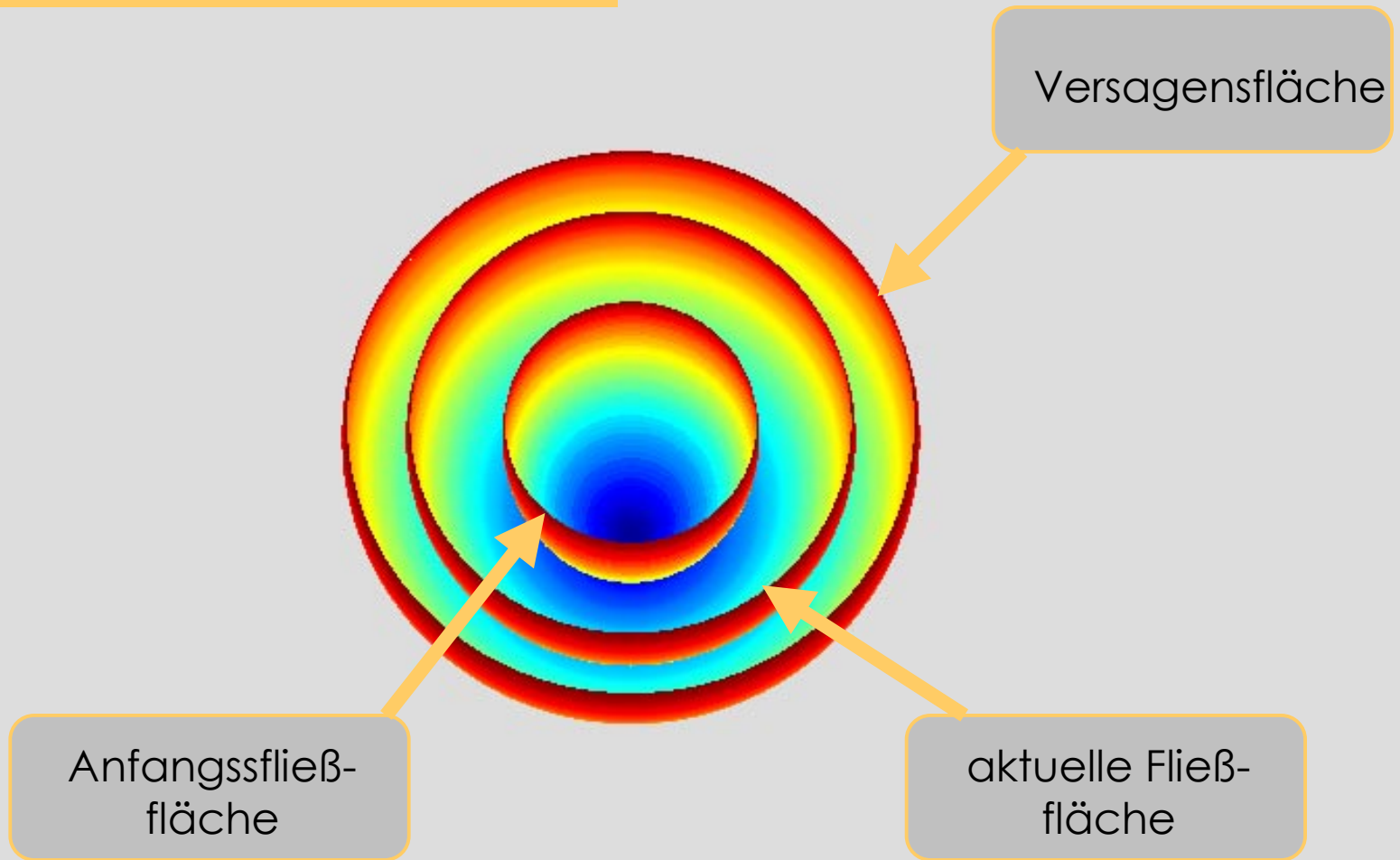
Mathematische Formulierung

Versagensfigur
für horizontalen
Lastangriff



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Mathematische Formulierung



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Mathematische Formulierung

Fließregel

$$d\vec{u}^P = \lambda \cdot \frac{\partial G}{\partial \vec{Q}}$$

Ansatz

$$d\vec{u}^P = \frac{1}{\underbrace{\frac{\partial F}{\partial \chi} \cdot \frac{\partial \chi}{\partial \vec{u}} \cdot \frac{\partial G}{\partial \vec{Q}}}_{\kappa}} \cdot \frac{\partial F}{\partial \vec{Q}} \cdot \frac{\partial G}{\partial \vec{Q}} \cdot d\vec{Q}$$

mit:

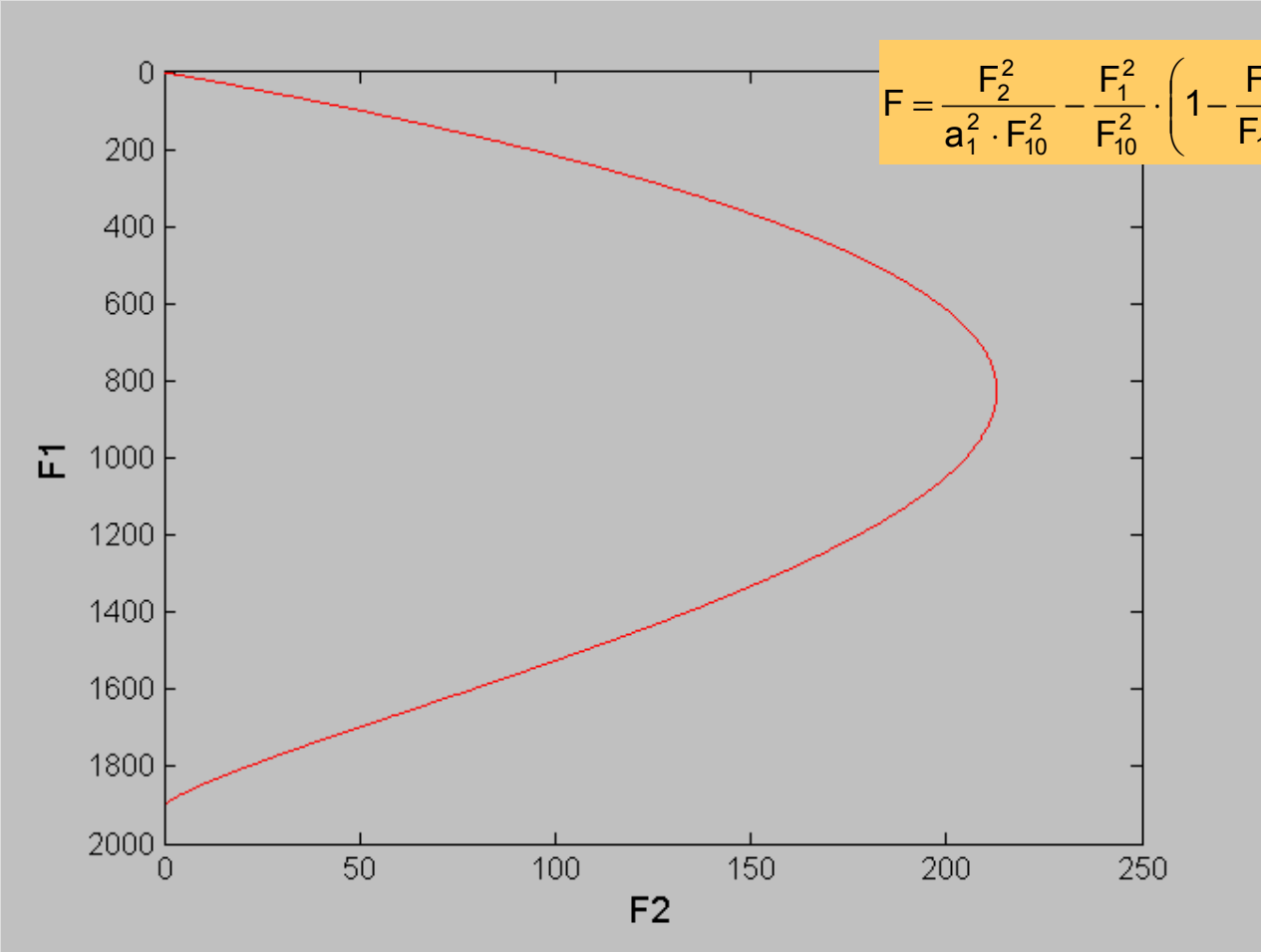
F = bekannte Versagensbedingung

G = plastisches Potential

χ = Verfestigungsgesetz



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model



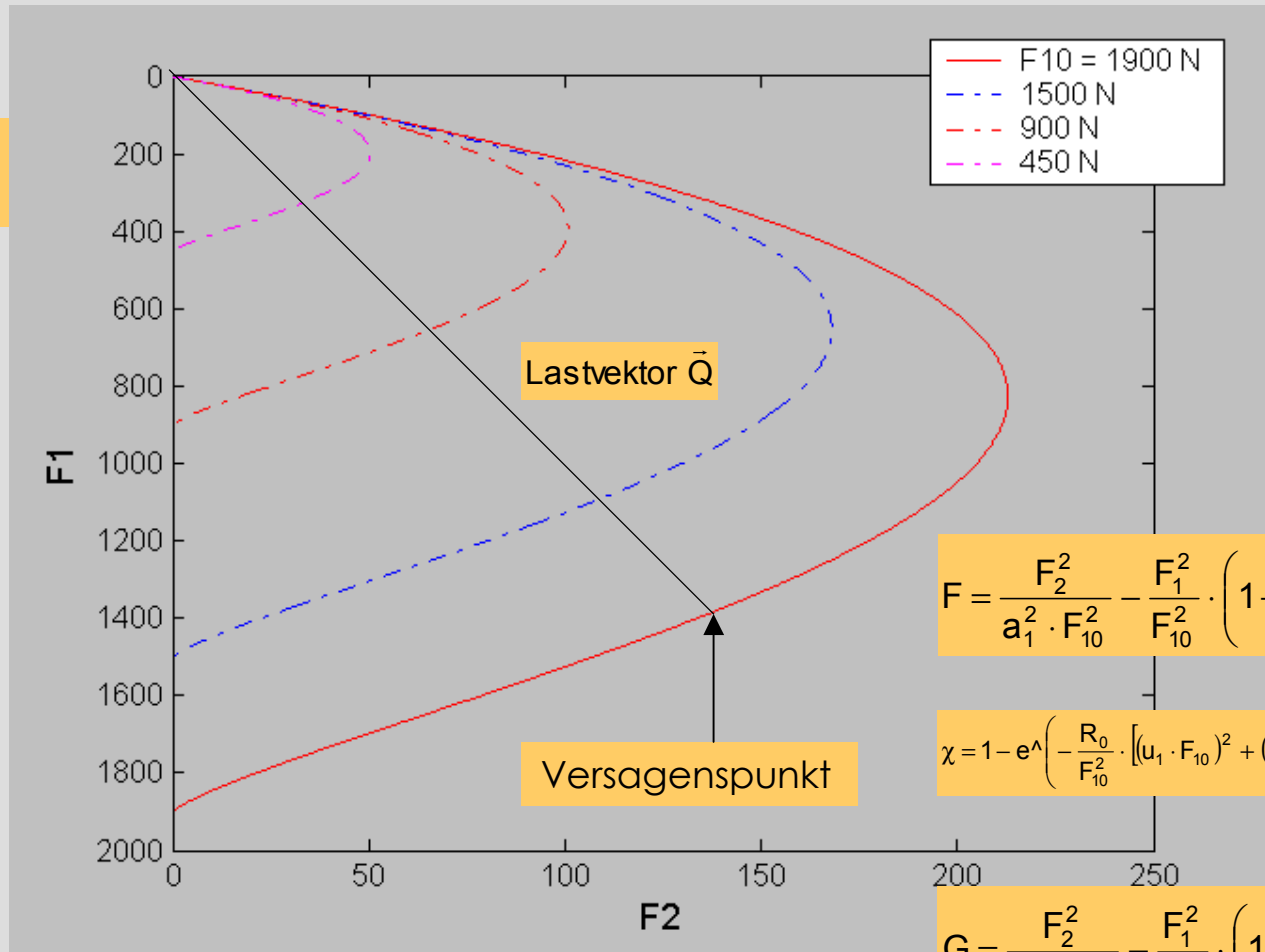
Lastkombination
Einachsig mittig
angreifende
geneigte Kraft



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Berechnung der Verschiebungen

Lastkombination
Einachsig mittig
angreifende
geneigte Kraft



- F10 = 1900 N
- - - 1500 N
- · · 900 N
- · - 450 N

$$F = \frac{F_2^2}{a_1^2 \cdot F_{10}^2} - \frac{F_1^2}{F_{10}^2} \cdot \left(1 - \frac{F_1}{\chi_a \cdot F_{10}}\right)^{2\alpha}$$

$$\chi = 1 - e^{\left(-\frac{R_0}{F_{10}^2} \cdot \left[(u_1 \cdot F_{10})^2 + (h_1 \cdot u_2 \cdot F_{10})^2\right]^{1/2}\right)}$$

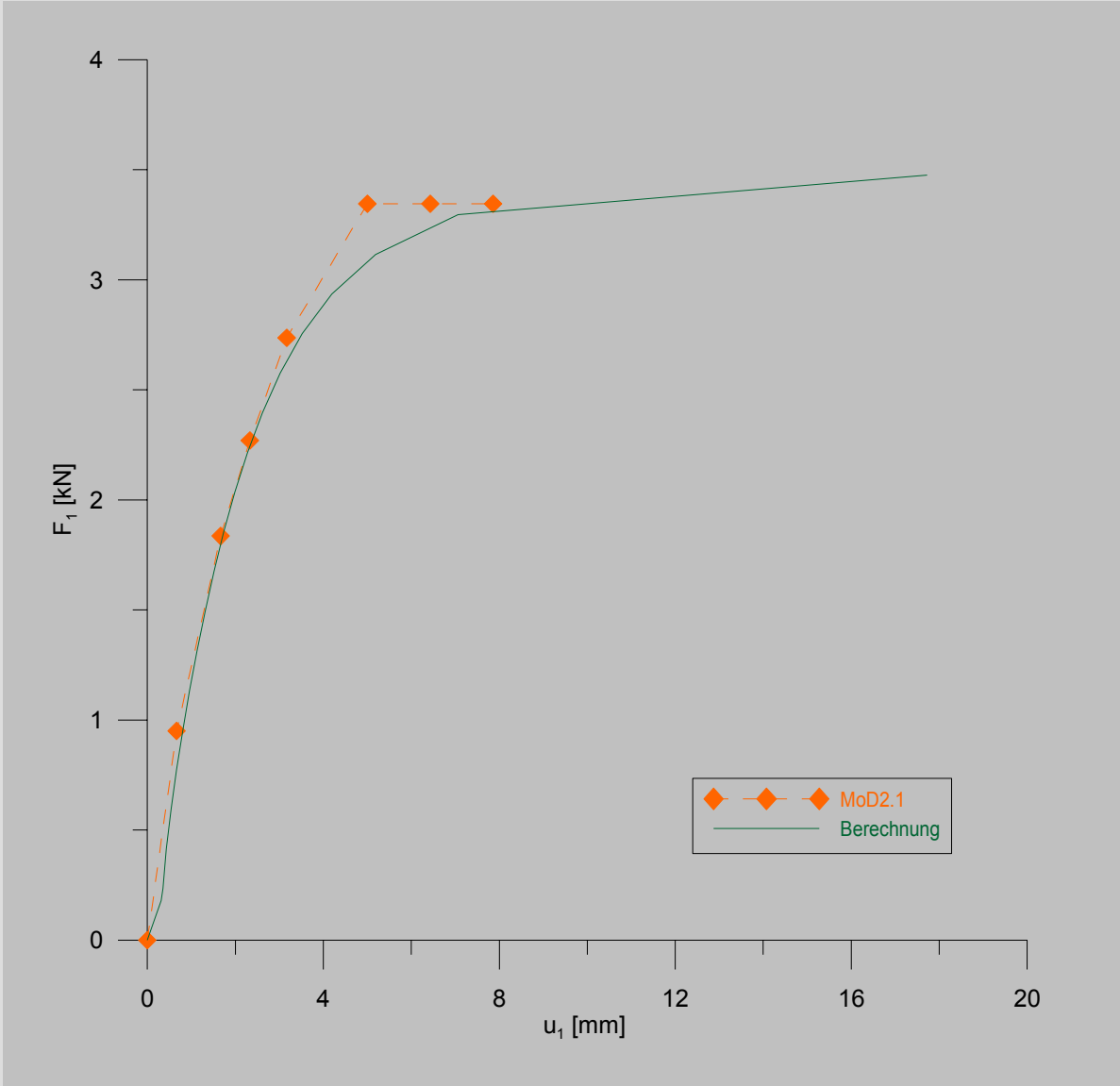
$$G = \frac{F_2^2}{c_1^2 \cdot F_{10}^2} - \frac{F_1^2}{F_{10}^2} \cdot \left(1 - \frac{F_1}{\chi_b \cdot F_{10}}\right)^{2\beta}$$



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Erste Ergebnisse

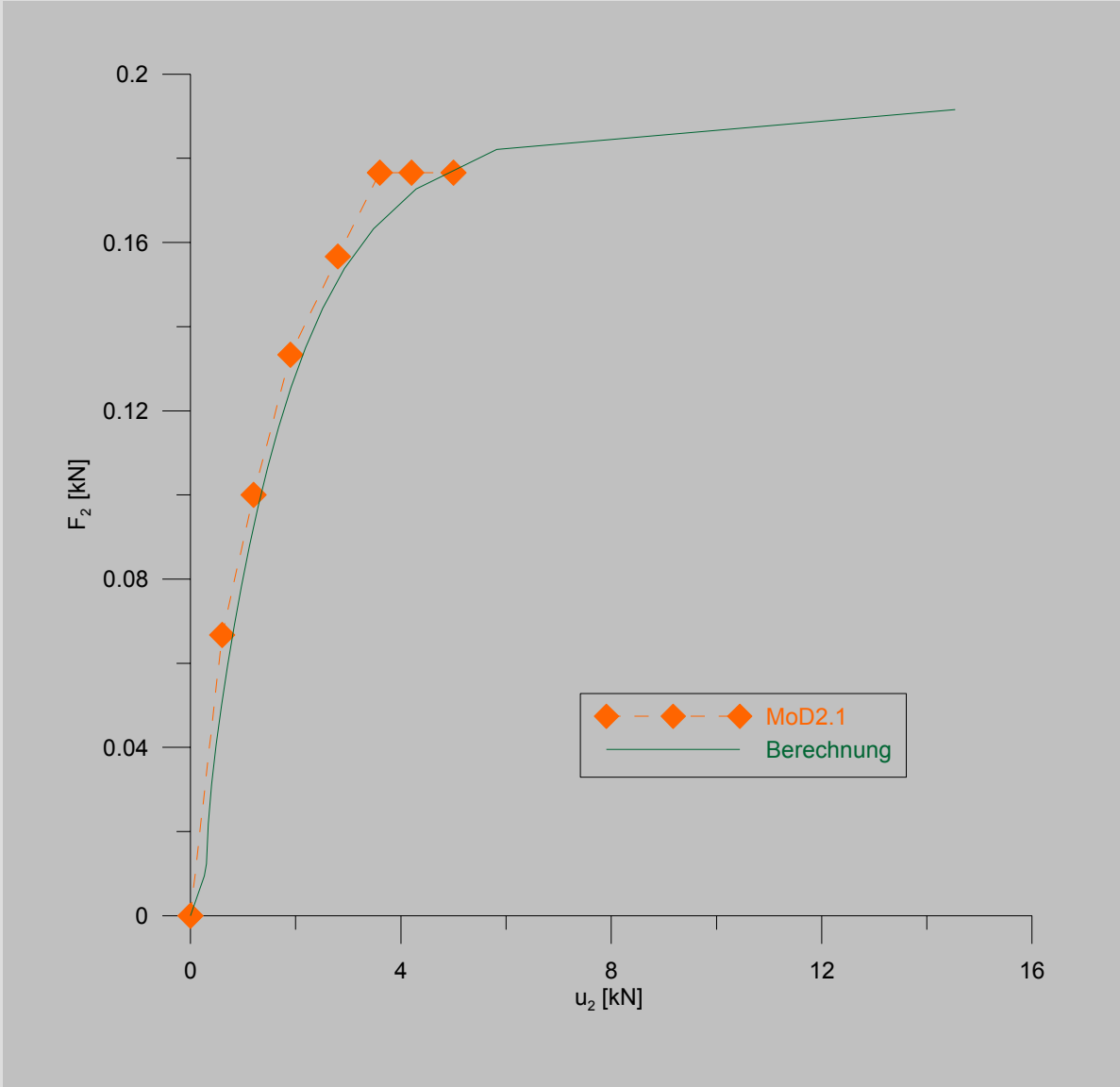
Lastkombination:
Mittig schräg
angreifende Kraft



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Erste Ergebnisse

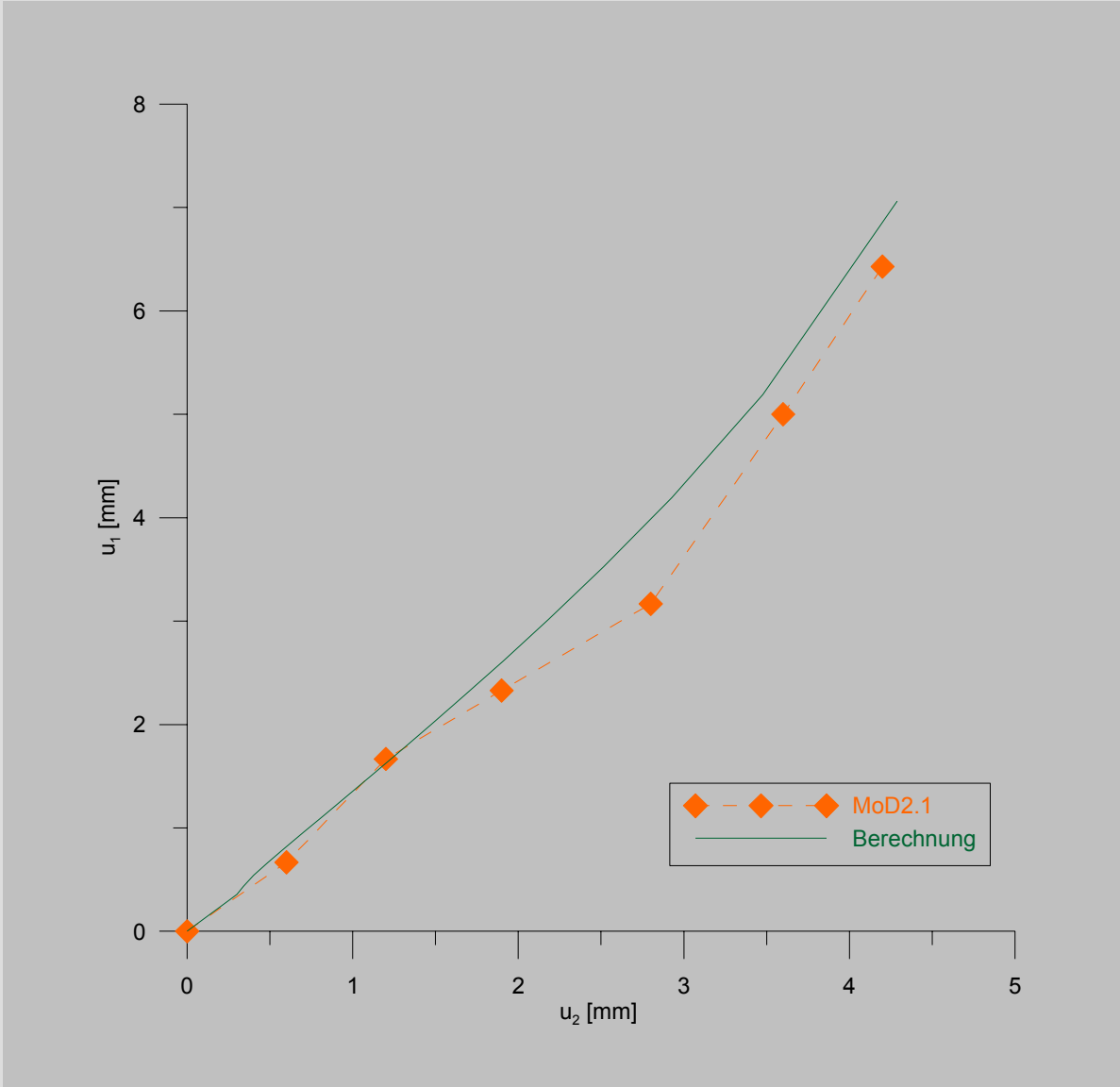
Lastkombination:
Mittig schräg
angreifende Kraft



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Erste Ergebnisse

Lastkombination:
Mittig schräg
angreifende Kraft



Systemgesetz – Single Surface Hardening Model

Erste Ergebnisse

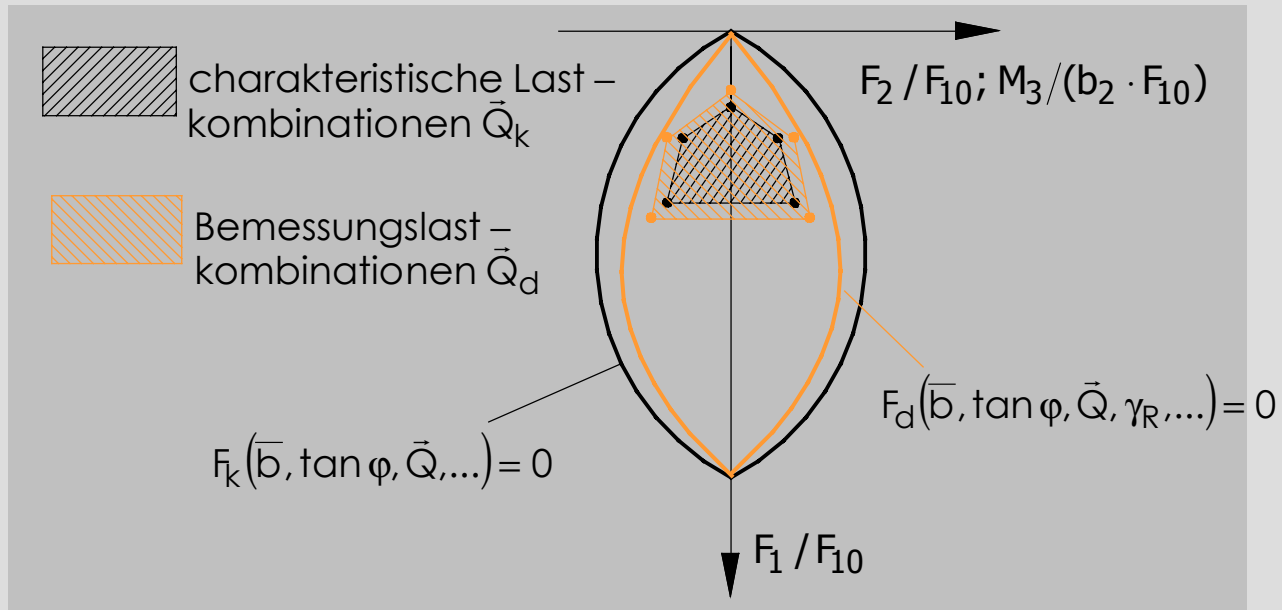
Lastkombination:
Mittig schräg
angreifende Kraft



konsistentes
Berechnungsverfahren!



Systemgesetz – Implementierung eines Sicherheitskonzepts



➡ Kombiniertes Nachweis:

$$\forall_{\vec{Q}_d \in Q_d} F_d(\mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{d}, \gamma, \tan \varphi, \mu_S, \mu_W, \vec{Q}_d, \gamma_R) < 0 \quad \wedge \quad \forall_{\vec{Q}_k \in Q_k} \bar{u}(\vec{Q}_k, F_d) < \text{zul } \bar{u}$$



