

10. Übung zur Vorlesung Mathematik II für Bauingenieure

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Student besteht die Klausur in Mathematik mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 und die Klausur in Mechanik mit der Wahrscheinlichkeit 0,8. Die Wahrscheinlichkeit zum Bestehen beider Klausuren beträgt 0,6.

a) Der Student besteht die Mechanik-Klausur. Erhöht das seine Chancen, auch die Mathematik-Klausur zu bestehen? Wenn, wie stark erhöhen sich seine Chancen?

b) Student B schreibt Mathematik und Mechanik in der umgekehrten Reihenfolge. Für ihn gelten dieselben Wahrscheinlichkeiten. Wie stark erhöht das Bestehen der Mathematik-Klausur die Chancen, die Mechanik-Klausur zu bestehen?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es sei $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) := 3x + y$$

und

$$g(x, y) := \sqrt{x^2 + y^2}$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial y} f(x, y),$$

sowie

$$\frac{\partial}{\partial x} g(x, y) \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial y} g(x, y)$$

und den Gradienten $\nabla f(x, y)$.

Eine Höhenlinie zur Höhe c besteht aus den Punkten $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ für die $f(x, y) = c$ gilt. Dabei ist c eine konstante reelle Zahl.

Zeichnen Sie die Höhenlinien von f und g für $c = 1, 2, 3$ in ein zweidimensionales Diagramm. Zeichnen Sie auch die Gradienten von f und g für einige Punkte auf den Höhenlinien in das Diagramm ein. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y, z) := 2x^2y^3z$$

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z)$, $\frac{\partial}{\partial y} f(x, y, z)$, $\frac{\partial}{\partial z} f(x, y, z)$ und $\nabla f(x, y, z)$.

Aufgabe 4 (8 Punkte)

In einer Spielshow hat der Zuschauer die Wahl zwischen vier Toren. Hinter einem der Tore verbirgt sich ein Auto, hinter den anderen drei Toren ist nichts.

a) Der Zuschauer darf ein Tor wählen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er das Auto gewinnt?

b) Nachdem sich der Zuschauer auf ein Tor festgelegt hat, öffnet der Moderator in einer theatralischen Geste eines der drei übrigen Tore und zeigt, dass sich dahinter nichts verbirgt. Wenn sich der Zuschauer nun umentscheidet, erhöht er die Chancen auf einen Gewinn! Wie stark erhöht er seine Chancen?

Abgabetermin: 9.7.2004.