

3. Übung zur Vorlesung Mathematik II für Bauingenieure

Aufgabe 1 (3+3 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int \frac{\ln(x)}{x} dx$$

- a) mit partieller Integration und b) durch eine geeignete Substitution.

Aufgabe 2 (3+3+3+3 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale und überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch Differentiation:

$$a) \int \frac{dx}{x \cdot \ln(x)} \quad b) \int \frac{\ln(x)^2}{x} dx$$

$$c) \int \ln(x) dx \quad d) \int_0^{2\pi} e^x \sin(x) dx$$

Aufgabe 3 (3+3 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale

$$a) \int e^{\sqrt{x}} dx \quad b) \int \sqrt{2x-8} dx .$$

Aufgabe 4 (2+3+2+3 Punkte)

Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale

$$\int_a^b \frac{1}{x^2} dx, \quad \int_a^b \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

mit den Grenzen $a = 0$, $b = 1$ und $a = 2$, $b = \infty$, sofern sie existieren.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int \frac{2x^3 - 20x + 33}{x^2 + 2x - 8} dx.$$

Hinweis: Polynomdivision und Partialbruchzerlegung.

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int \frac{1}{x^2 + 4x + 8} dx.$$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Die Erde übt auf einen Körper der Masse m , der sich im Abstand r vom Erdmittelpunkt befindet, die Anziehungskraft

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2} \quad [\text{N}]$$

aus. Dabei ist

$$G \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \quad \left[\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \right]$$

die Gravitationskonstante und

$$M \approx 6 \cdot 10^{24} \quad [\text{kg}]$$

die Masse der Erde.

a) Berechnen Sie die Arbeit, die erforderlich ist, um eine Raumkapsel mit 1000 kg Gewicht von der Erdoberfläche $R = 6400$ km auf die Höhe der internationalen Raumstation ISS, $h = 400$ km, zu bringen. Wieviele Mensamahlzeiten "Gedeck" wären dafür erforderlich, wenn eine Mensamahlzeit einen Energieinhalt von 1400 Joule=1400 N·m hat?

b) Welche Arbeit ist erforderlich, um die Raumkapsel völlig aus dem Schwerfeld der Erde zu befreien?

Abgabetermin: 14.05.2004 .