

## 10. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

### Aufgabe 1 (6 Punkte)

Betrachten Sie die Folgen

$$a_n := \frac{2n+2}{n}, \quad b_n := \frac{3n+5}{6n+11}, \quad c_n := \frac{1}{\sqrt{3n}}.$$

Berechnen Sie jeweils die ersten fünf Folgenglieder und jeweils eine Zahl  $N$ , so dass gilt

$$\begin{aligned} \forall n > N : \quad |a_n - 2| &< \frac{1}{1000}, \\ \forall n > N : \quad \left| b_n - \frac{1}{2} \right| &< \frac{1}{500}, \\ \forall n > N : \quad |c_n| &< \frac{1}{100}. \end{aligned}$$

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Berechnen Sie einen Näherungswert für  $\sqrt{3}$ , indem Sie eine rekursive Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  analog zu der in der Vorlesung vorgestellten Folge definieren. Berechnen Sie  $a_2, \dots, a_6$  und  $a_2^2, \dots, a_6^2$ . Wie genau approximiert  $a_6$  den gewünschten Wert?

### Aufgabe 3 (6 Punkte)

Berechnen Sie die ersten fünf Glieder der Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(c_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und untersuchen Sie sie auf Beschränktheit:

$$\begin{aligned} a_n &:= 3n + 1 \\ b_1 &:= 1, \quad b_{n+1} := \frac{1}{2}b_n + 1 \\ c_1 &:= 1, \quad c_2 := 1, \quad c_{n+2} := c_n + c_{n+1} \end{aligned}$$

Begründen Sie Ihre Vermutung.

### Aufgabe 4 (3 Punkte)

Für eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gelte

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N : \quad |a_n - g| \leq \varepsilon$$

Ist  $g$  Grenzwert von  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ?

### Aufgabe 5 (5 Punkte)

Sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine Folge mit  $a_n > 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  und

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = \infty.$$

**Aufgabe 6 (4 Punkte)**

Orthonormalisieren Sie die drei Vektoren

$$v_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 := \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit dem Schmidtschen Orthonormalisierungsverfahren.

**Aufgabe 7 (5 Punkte)**

Betrachten Sie das überbestimmte Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -3 & -4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -6 \\ 6 \\ \frac{1}{10} \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie es als lineares Ausgleichsproblem und verwenden Sie dabei die QR-Zerlegung in der Form der Vorlesung.

**Abgabetermin: 16.1.2004 .**