

1. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Es seien die Aussagen gegeben:

- H:** Der Hahn kräht.
- R:** Es regnet.
- S:** Die Sonne scheint.
- B:** Der Bauer verschläft.

Formulieren Sie die folgenden Aussagen mit logischen Symbolen:

- Wenn die Sonne scheint, regnet es nicht. Und wenn es regnet, scheint die Sonne nicht.
- Der Hahn kräht, wenn die Sonne scheint.
- Der Bauer verschläft genau dann nicht, wenn der Hahn kräht.

1. Der Bauer hat verschlafen. Scheint die Sonne?
2. Der Bauer hat nicht verschlafen. Scheint die Sonne?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Abbildung von den natürlichen Zahlen in die natürlichen Zahlen.

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \mapsto 2n$$

Ist die Abbildung injektiv? Ist die Abbildung surjektiv? (Begründung!)

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Drei Aussagen lauten:

1. A: Köln liegt an der Ruhr.
2. B: Wasser gefriert bei 4 Grad Celsius.
3. C: $\sqrt{2}$ ist kein Bruch.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? (“ \neg ” hat Vorrang vor “ \vee ” und “ \wedge ”).

1. $A \vee B$
2. $A \wedge B$
3. $\neg(A \vee C) \wedge C$
4. $(\neg A \vee A) \wedge C$
5. $(\neg C \wedge A) \vee (C \wedge \neg A)$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Zeigen Sie die Assoziativität der Mengenvereinigung “ \cup ”, d.h. zeigen Sie für drei Mengen M, N, O, dass

$$(M \cup N) \cup O = M \cup (N \cup O).$$

Verwenden Sie die Assoziativität von “Oder” (“ \vee ”) und geben Sie ein Beispiel an.

Abgabetermin: 24.10.2003 .