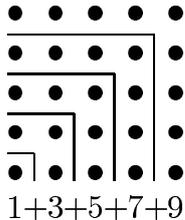


2. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

Aufgabe 1 (12 Punkte)



Betrachten Sie die nebenstehende Abbildung.

Was vermuten Sie über die Summe der ersten n ungeraden Zahlen $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 2n - 1$? Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass Ihre Vermutung richtig ist.

Was ist also die Summe der ersten 1001 ungeraden Zahlen?

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Für welche komplexen Zahlen $z \in \mathbf{C}$ gilt

- a) $|z| \leq 2,$
- b) $|z| \geq 2,$
- c) $\operatorname{Re} z \geq 1/2,$ bzw.
- d) $\left| \frac{z - z_1}{z - z_2} \right| = 1,$ wobei $z_1, z_2 \in \mathbf{C}.$

Zeichnen Sie die Mengen in die komplexe Zahlenebene ein.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Überzeugen Sie sich davon, dass die quadratische Gleichung

$$x^2 + 2x + 2 = 0$$

in den reellen Zahlen nicht lösbar ist und lösen Sie sie in den komplexen Zahlen.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachten Sie die komplexe Zahl $z \in \mathbf{C}, z = a + bi.$ Welche komplexe Zahl erhalten Sie, wenn sie z spiegeln:

1. Am Nullpunkt.
2. An der reellen Achse.
3. An der imaginären Achse.
4. An der Winkelhalbierenden.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ dar:

- a) $\frac{1+i}{1-i}$ b) $\frac{1}{i}$ c) $(1+i)(2+i)(3+i)$
- d) i^3 e) \sqrt{i}

Aufgabe 6 (3+0 Punkte)

Zeigen Sie, dass in einem Körper gilt

$$0 + 0 + 0 = 0.$$

Abgabetermin: 31.10.2003.