Universität Duisburg-Essen
Standort Essen

Prof. Dr. A. Klawonn

Wintersemester 2003/04
31.10.2003

Dr. A. Kovac
Dr. D. Krutikov
Dipl.-Math. O. Rheinbach

3. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Berechnen Sie $(1+i)^9$, und zeichnen Sie $(1+i)^1$, $(1+i)^2$, $(1+i)^3$, ... ,$(1+i)^9$ in die komplexe Zahlenebene ein. Welchen Zusammenhang erkennen Sie?

Aufgabe 2 (8+4 Punkte)

Es sei das Polynom 4. Grades

$$p(z) := z^4 - 8z^3 + 25z^2 - 36z + 21$$

gegeben. Berechnen Sie $p(2)$ und $p(2+i)$ mit dem Horner-Schema.
Bonuspunkte: Geben Sie drei (verschiedene) Zahlen an, für die $p(z) = 1$ gilt.
(Tipp: Hier gilt $p(\bar{z}) = \overline{p(z)}$.)

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Berechnen Sie die komplexen Zahlen

$$(1+i)^{999} \quad , \quad ie^{i\pi} \quad , \quad e^{2\pi i} \qquad \text{und} \quad 2^{-i}$$

in der Form $a + ib$.
Bemerkungen: Zu a): Beachten Sie Aufgabe 1.
Zu b)-d): Aus der Vorlesung ist Ihnen $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$ bekannt.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass

$$n! > 2^n$$

für alle $n \in \mathbf{N}$ mit $n \geq 4$ gilt.

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass drei komplexe Zahlen $z_1, z_2, z_3 \in \mathbf{C}$ genau dann auf einer Geraden liegen, wenn gilt

$$\frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_3} \in \mathbf{R}\,.$$

Abgabetermin: 7.11.2003 .