

## 5. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

### Aufgabe 1 (8 Punkte)

Berechnen Sie die Oberfläche und das Volumen des Spats, der durch die vier Punkte

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannt wird.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

In welchem Winkel müssen zwei gleich lange Vektoren zueinander stehen, damit der Summenvektor wieder die gleiche Länge hat?

### Aufgabe 3 (3+3+3+2+2 Punkte)

Wie muss man  $\lambda \in \mathbb{R}$  wählen, damit die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ 1 \end{pmatrix}$$

komplanar sind, also in einer Ebene ( $E_1$ ) liegen? Geben die Gleichung der Ebene  $E_1$  an, in

1. Parameterdarstellung (Punkt-Richtungsform) und in
2. Hessescher Normalform.

Wie groß ist der Abstand der Ebene vom Ursprung?

Wie lautet die Hessesche Normalform der Ebene  $E_2$ , die parallel zur Ebene  $E_1$  liegt, aber den Abstand 1 von Ursprung hat?

### Aufgabe 4 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  und  $\lambda \in \mathbb{R}$  gilt

$$\det(\lambda A) = \lambda^3 \det(A).$$

Geben Sie eine Interpretation.

### Aufgabe 5 (7 Punkte)

Ergänzen Sie die Determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & \cdot \\ 2 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & \cdot \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

so, dass sie Null werden.

### Aufgabe 6 (8 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen eines Oktaeders (achtseitiger Würfel) mit der Seitenlänge  $a \in \mathbb{R}^+$ .

Hinweis: Betrachten Sie den Würfel

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq \sqrt{\frac{a}{2}} \wedge |y| \leq \sqrt{\frac{a}{2}} \wedge |z| \leq \sqrt{\frac{a}{2}} \right\}.$$

Durch Verbinden der benachbarten Seitenmittelpunkte erhalten Sie einen Oktaeder.

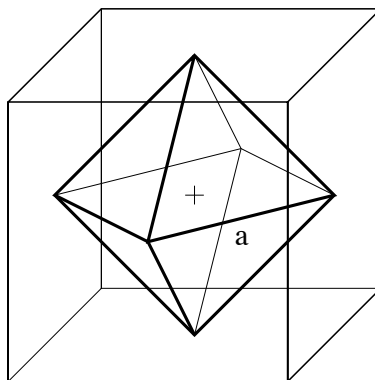


Abbildung 1: Oktaeder

**Abgabetermin: 21.11.2003 .**

Das griechische Alphabet

$\alpha$	$A$	Alpha
$\beta$	$B$	Beta
$\gamma$	$\Gamma$	Gamma
$\delta$	$\Delta$	Delta
$\epsilon$	$E$	Epsilon
$\zeta$	$Z$	Zeta
$\eta$	$H$	Eta
$\theta$	$\Theta$	Theta
$\iota$	$I$	Jota
$\kappa$	$K$	Kappa
$\lambda$	$\Lambda$	Lambda
$\mu$	$M$	My
$\nu$	$N$	Ny
$\xi$	$\Xi$	Xi
$o$	$O$	Omikron
$\pi$	$\Pi$	Pi
$\rho$	$P$	Rho
$\sigma$	$\Sigma$	Sigma
$\tau$	$T$	Tau
$\upsilon$	$\Upsilon$	Ypsilon
$\phi$	$\Phi$	Phi
$\chi$	$X$	Chi
$\psi$	$\Psi$	Psi
$\omega$	$\Omega$	Omega