Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

Prof. Dr. A. Klawonn

Wintersemester 2003/04
21.11.2003

Dr. A. Kovac
Dr. D. Krutikov
Dipl.-Math. O. Rheinbach

6. Übung zur Vorlesung Mathematik für Bauingenieure I

Aufgabe 1 (6+6 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Menge

$$U := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ 5x + 2y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}$$

ein Untervektorraum des $\mathbb{R}^3$ ist. Geben Sie eine Basis für U an.
Zeigen Sie weiter, dass

$$G := \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

ein Untervektorraum von U ist, und geben Sie eine Basis für G an.
Ist G ein Untervektorraum des $\mathbb{R}^3$?

Aufgabe 2 (8 Punkte)
Durch zwei Peilungen soll die Höhe des Südturmes des Kölner Doms bestimmt werden.

Eine Peilung aus der Nähe ergibt die Gerade G_1,

$$G_1 := \left\{ \begin{pmatrix} -10 \\ 26 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 40 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Von der anderen Rheinseite peilt man die Spitze des Südturmes entlang der Geraden

$$G_2 := \left\{ \begin{pmatrix} 80 \\ 10 \\ 27 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 13 \end{pmatrix} : \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

Wie hoch ist der Kölner Dom (eine Maßeinheit entspricht 10 Metern)?

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Zeigen Sie

$$\left| \sum_{k=1}^{n} x_k \right| \leq \sum_{k=1}^{n} |x_k| .$$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume des jeweiligen Vektorraums $\mathbb{R}^n$, $n = 2, 3, 4$?

$$U_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,:\, \sum_{i=1}^{3} x_i^2 = 0 \right\} \subset \mathbb{R}^3, \quad U_2 = \left\{ \lambda_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \,:\, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4,$$

$$U_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \,:\, x_1^3 = x_4^3 \right\} \subset \mathbb{R}^4, \quad U_4 := \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathbb{R}^2,$$

$$U_5 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + U_4 \quad \subset \mathbb{R}^2 .$$

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Untersuchen Sie, für welche $t \in \mathbb{R}$ die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ t \end{pmatrix}$$

linear unabhängig sind.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Welche der Punkte $(1, 3, -2)^T$, $(-3, 1, 2)^T$, $(2, 1, 2)^T$ liegen auf der Ebene, die durch

$$E := \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{K}^3 : 2x + 4y + 1z = 10 \right\}$$

gegeben ist, wenn $\mathbb{K} = \mathbb{R}$? Welchen Abstand haben sie von der Ebene? Welchen Abstand haben die Punkte von der Ebene wenn $\mathbb{K} = \mathbb{C}$?

Abgabetermin: 28.11.2003 .