

1. Übung zur Vorlesung Numerische Mathematik I

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Sei $F := \{f \mid f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ die Menge aller reellwertigen Funktionen.

Eine Funktion $f \in F$ heißt Matlab-berechenbar, wenn man ein Matlab-Programm schreiben kann, das bei der Eingabe von x den Funktionswert $f(x)$ berechnet. Sind alle Funktionen aus F Matlab-berechenbar?

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Formulieren Sie das Newton-Verfahren, die Fixpunktiteration und das Sekantenverfahren als Algorithmus in Matlab-ähnlicher Syntax.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Betrachten Sie die Gleichung $f(x) := \tan(x)$. Besitzt $f(x)$ im Intervall $(\pi/2, 3/2\pi)$ einen Fixpunkt? Betrachten dazu Sie in Matlab/Octave die Graphen von $\tan(x)$ und x mit dem folgenden Matlab-Befehlen:

```
x = pi/2+0.1 : 0.05 : 3/2*pi-0.1
y1=tan(x)
y2=x
plot(x,y1,x,y2)
```

Konstruieren Sie eine konvergente Fixpunktiteration!

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Population der Schwäne vom Baldeneysee besteht aus 300 Tieren. Sie sollen zunächst gleichmäßig verteilt sein auf die drei Entwicklungsstufen Küken (s_1), Jungtiere (s_2) und erwachsenes Schwäne (s_3), d.h. $\mathbf{s} = [100; 100; 100;]$.

Angenommen, jedes Jahr kommen pro Erwachsenem durchschnittlich $a \in \mathbb{R}$ Küken auf die Welt, und jedes Jahr überlebt der Anteil $d \in [0, 1]$ der Erwachsenen. Der Anteil der Küken, die überleben und zu Jungtieren heranwachsen, ist $b \in [0, 1]$ und der Anteil der Jungtiere, die zu Erwachsenen heranwachsen ist $c \in [0, 1]$.

Dann entsteht aus der Population $\mathbf{s}^{(2004)} = (100, 100, 100)^T$ die Population $\mathbf{s}^{(2005)}$ durch Multiplikation mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & a \\ b & 0 & 0 \\ 0 & c & d \end{pmatrix}$$

Geben Sie die Matrix A und den Startvektor $\mathbf{s} = [100; 100; 100;]$ in Matlab/Octave ein, nehmen Sie dabei an, dass

$$a = 0.5, \quad b = 0.5, \quad c = 0.5, \quad d = 0.875.$$

Berechnen Sie die Population für die folgenden fünf Jahre. Die Summe der Tiere erhalten Sie mit `sum(s)`.

Was beobachten Sie, wenn Sie $d = 0.8$ setzen und "lange Zeiträume" betrachten?

Octave kann im Internet unter www.octave.org heruntergeladen werden. Eine fertig zusammengestellte Version für Windows kann man unter [prdownloads.sourceforge.net/octave/octave - 2.1.50a - inst.exe?use_mirror = mesh](http://prdownloads.sourceforge.net/octave/octave-2.1.50a-inst.exe?use_mirror=mesh) herunterladen.

Abgabetermin: 25.10.2004 .